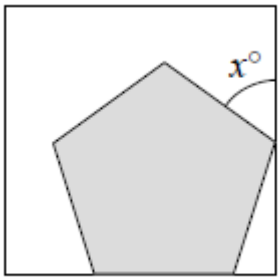
Antagningsprov till Matematikgymnasiet 24 mars 2015

Del 2: Problemlösning
Hjälpmedel: Penna, linjal

Till följande uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du
- skriver ned vad du gör
- förklarar dina tankegångar
- ritar figurer vid behov

Endast svar ger 0 poäng.

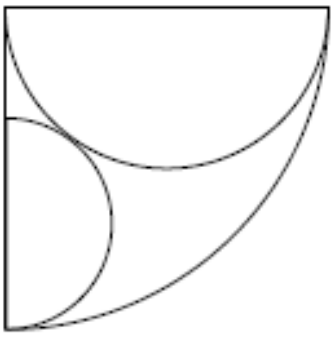
1 Bilden visar en regelbunden femhörning i en kvadrat. Bestäm vinkeln *x*.



2 Betrakta alla tresiffriga tal *N* som uppfyller följande två egenskaper:
(1) Talet *N* är inte exakt delbart med 2, 3 eller 5
(2) Ingen av siffrorna i talet *N* är exakt delbart med 2, 3 eller 5.

Finns det några tresiffriga tal som uppfyller båda villkoren? Bestäm i så fall vilka.

3 Figuren visar en kvartscirkel med radie 2 och två tangerande halvcirklar. Den större halvcirkeln har radien 1. Bestäm den mindre halvcirkelns radie.



4 En biljettkod består av fyra tecken. Det första är en bokstav: *V*, *X* eller *P*. Det andra tecknet och tredje tecknet är olika siffror. Det fjärde tecknet är entalssiffran i summan av den andra och tredje siffran.

Hur många olika biljettkoder finns det?

Var god vänd!

5 För en följd av tal a_1, a_2, a_3, …. gäller att varje tal efter det första kan bestämmas med rekursionsformeln $a_{i+1} = 1 - \frac{1}{a_i}$, i = 1, 2, 3, … och a_1 är varken 0 eller 1.

a) Bestäm de sex första talen i en talföljd där $a_1 = 3$.

b) Bestäm de första sex talen i en talföljd där $a_1 = x$. Förenkla uttrycken för talen så mycket som möjligt.

c) Bestäm produkten av de 100 första talen i en talföljd där $a_1 = x$.

DANDERYDS GYMNASIUM

Matematikgymnasiet

Antagningsprov till Spetsutbildning 21 mars 2016

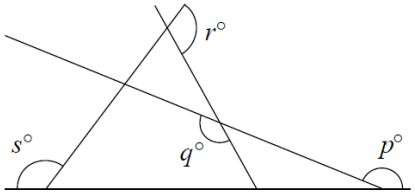
Del 2: Problemlösning
Hjälpmedel: Penna, linjal

Till följande uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du
- skriver ned vad du gör
- förklarar dina tankegångar
- ritar figurer vid behov

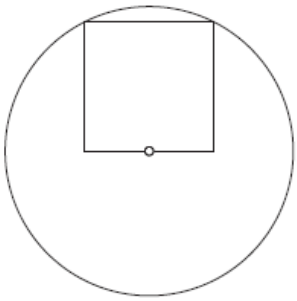
Endast svar ger 0 poäng.

1 Sophie Germain (1776-1831) var en fransk matematiker. Ett Sophie Germainprimtal är ett primtal p sådant att både p och $2p + 1$ är primtal. Bestäm de fem första Sophie Germainprimtalen.

2 Figuren visar fyra räta linjer som skär varandra.
Bestäm summan $p + q + r + s$



3 Figuren visar en cirkel och en kvadrat. Cirkeln har radien 1 cm. Två av kvadratens hörn ligger på cirkeln. En sida i kvadraten går genom cirkelns medelpunkt. Bestäm kvadratens area.



4 Det positiva heltalet N har fem siffror.
Det sex-siffriga talet P bildas genom att sätta siffran 2 framför siffrorna i talet N.
Det sex-siffriga talet Q bildas genom att sätta siffran 2 bakom siffrorna i talet N.
Bestäm talet N om $Q = 3 \cdot P$.

5 En talföljd definieras rekursivt genom

$a_n = (a_{n-1})^2 - (a_{n-2})^2,\ a_1 = a_2 = 1$

a) Bestäm a_3, a_4, a_5 och a_6

b) Bestäm a_{100}

DANDERYDS GYMNASIUM

Matematikgymnasiet

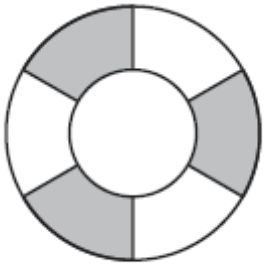
Antagningsprov till Spetsutbildning 2017

Del 2: Problemlösning
Hjälpmedel: Penna, linjal

Till följande uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du
- skriver ned vad du gör
- förklarar dina tankegångar
- ritar figurer vid behov

Endast svar ger 0 poäng.

1 Bilden visar två cirklar med samma medelpunkt.
Den yttre cirkelns radie är två gånger den inre cirkelns radie.
Cirkelringen mellan den inre och den yttre cirkeln är delad i sex lika stora segment.
Hur stor del av den yttre cirkelns area är skuggad?



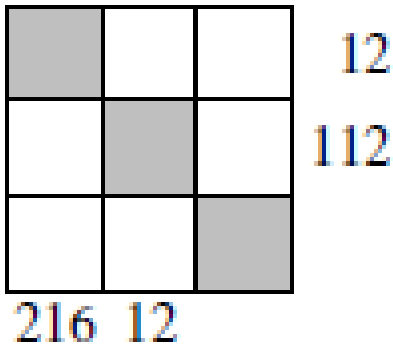
2 En summa pengar har delats lika mellan fem syskon.
Sally, Linda och Mary har var och en använt hälften av sin del.
Florence har använt en tredjedel av sin del och deras lillebror Thomas en fjärdedel av sin del.
Av den ursprungliga summan som delades ut har de fem syskonen sammanlagt 7000 kr kvar.

Bestäm hur mycket var och en av de fem syskonen fick genom att **ställa upp en ekvation och lösa den.**

3 De nio rutorna i rutnätet till höger ska fyllas med siffrorna 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 och 9. En siffra i varje ruta enligt nedanstående villkor:

- Produkten av de tre siffrorna i den första raden är 12.
- Produkten av de tre siffrorna i den andra raden är 112.
- Produkten av de tre siffrorna i den första kolumnen är 216.
- Produkten av de tre siffrorna i den andra kolumnen är 12.

Bestäm produkten av siffrorna i de skuggade rutorna.



4 I en gymnasieskola väljer varje elev i årskurs 1 minst två av ämnena biologi, fysik och kemi. I år är det 220 elever i årskurs 1 och antalet elever som valt de olika ämnena är: biologi 150, fysik 170 och kemi 180. Hur många elever har valt alla tre ämnena?

v.g.v

5a) Produkten av två positiva heltal är lika med två gånger talens summa.
Produkten är också lika med sex gånger talens differens. Bestäm talens summa.

b) Produkten av två positiva tal m och n är lika med tre gånger talens summa och nio gånger talens differens. Bestäm m och n.

Låt k och l vara två positiva tal, $k < l$. Produkten av de positiva talen m och n är lika med k gånger talens summa och l gånger talens differens.

c) Bestäm formler för m och n uttryckta i termer av k och l.

d) Verifiera att om du ersätter $k = 3$ och $l = 9$ i dina formler så får du samma resultat som i 5b.

DANDERYDS GYMNASIUM

Matematikgymnasiet

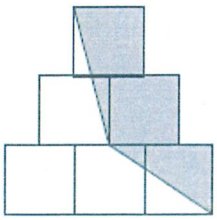
Antagningsprov till Spetsutbildning 2018

Del 2: Problemlösning
Hjälpmedel: Penna, linjal

Till följande uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du
- skriver ned vad du gör
- förklarar dina tankegångar
- ritar figurer vid behov

Endast svar ger 0 poäng.

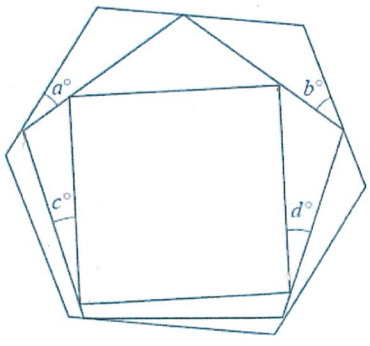
1 Bilden visar sex likadana kvadrater placerade symmetriskt.
Hur stor del av bilden är skuggad?



2 I en burk finns röda och vita kulor i förhållande 1:4. När Jenny byter ut 2 av de vita kulorna mot sju röda kulor ändras förhållandet till 2:3. Bestäm förhållandet mellan det totala antalet kulor i burken före bytet och det totala antalet kulor i burken efter bytet.

3 Det 9-siffriga positiva heltalet N med siffermönstret $ABCABCBBB$ är delbart med varje heltal från 1 till och med 17. Siffrorna A, B och C är olika. Bestäm A, B och C.

4 Bilden visar en kvadrat vars hörn tangerar sidorna i en regelbunden pentagon.
Varje hörn i pentagonen tangerar i sin tur sidorna i en regelbunden hexagon.
Bestäm $a + b + c + d$



5 Operationen * definieras som $a*b = ab - 2a$
a) Bestäm 3*5
b) Bestäm 2*(4*6)
c) Lös ekvationen $5*x = (-1)*x$

Antagningsprov till Spetsutbildning 2019

Del 2: Problemlösning
Hjälpmedel: Penna, linjal

Till följande uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du
- skriver ned vad du gör
- förklarar dina tankegångar
- ritar figurer vid behov

Endast svar ger 0 poäng.

1 Två tal x och y är sådana att $x+y=\frac{2}{3}$ och $\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$.

Bestäm $x-y$.

2 Mary skrev fem tal efter varandra i en lista. Medelvärdet av de första tre talen är -3. Medelvärdet av de fyra första talen är 4 och medelvärdet av alla fem talen är -5. Bestäm skillnaden mellan listans fjärde och femte tal.

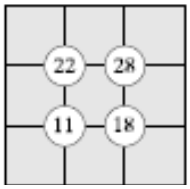
3 Årtalet 1978 har en speciell egenskap.

När du adderar det tvåsiffriga talet som bildas av de två första siffrorna till det tvåsiffriga talet som bildas av de två sista siffrorna, så får du som resultat det tvåsiffriga talet som bildas av de två mittersta siffrorna. (19 + 78 = 97)

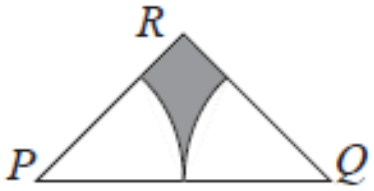
Bestäm det första årtalet efter 1978 som har denna speciella egenskap och som dessutom inte innehåller siffran 0. Motivera.

4 I pusslet *Suko* ska talen från 1 till 9 placeras ut i de nio områdena (ett tal i varje område och varje tal måste användas en gång) så att talet i varje cirkel är lika med summan av talen i de fyra omgivande områdena.

Hur många lösningar finns det till Sukopusslet som visas i bilden?



5 Triangeln PQR är likbent med PR = QR. Vinkeln PRQ är 90° och längden PQ är 2 cm. Två cirkelbågar, båda med radie 1 cm, ritas inuti triangeln PQR. Den ena cirkelbågen har P som medelpunkt och skär PR och PQ. Den andra cirkelbågen har Q som medelpunkt och skär QR och PQ. Bestäm arean av det skuggade området. Svara exakt.



Spetsutbildning Matematik

Antagningsprov 2020
Del 2: Problemlösningstest

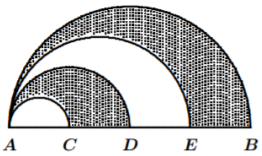
Danderyds Gymnasium
Hjälpmedel: Penna, linjal

Till varje uppgift räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, förklarar dina tankegångar och ritar figurer vid behov. Kvaliteten på dina redovisningar kommer att bedömas. Enbart svar utan någon motivering ger noll poäng. En påbörjad lösning kan ge poäng.

---

1 Adonis skriver tre tal efter varandra i en följd. Det första talet i följden är dubbelt så stort som det andra talet i följden. Vidare är det första talet i följden tre gånger så stort som det tredje talet i följden. Medelvärdet av de tre talen är 132. Bestäm de tre talen.

2 Diametern AB för en cirkel delas i fyra lika långa sträckor av punkterna C, D och E. Halvcirklar ritas sedan ut på sträckorna AC, AD, AE och AB enligt figur. Hur många procent av den största halvcirkelns area utgör den totala arean av de skuggade områdena?



3 För hur många positiva heltal n är bråket

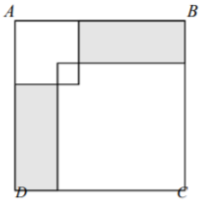
$$\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{n}$$

ett heltal?

4 De positiva heltalen skrivs ner i ett rektangulärt mönster enligt figuren nedan. Antag att mönstret fortsätter på detta sätt. Bestäm det tal som kommer att stå direkt till höger om talet 2020.

1	4	9	16	25	…
2	3	8	15	24	…
5	6	7	14	23	…
10	11	12	13	22	…
17	18	19	20	21	…
26	27	…			
…	…				

5 Kvadraten ABCD har arean 196 cm^2. Den innehåller två överlappande kvadrater. (Se figur.) Den större kvadraten av dessa två har en area som är fyra gånger så stor som arean av den mindre kvadraten av dessa två. Det område som de två kvadraterna överlappar är en kvadrat som har arean 1 cm^2. Bestäm den totala arean av de skuggade områdena.



DANDERYDS GYMNASIUM

Spetsutbildning Matematik

Antagningsprov 2021
Del 2: Problemlösningstest

Danderyds Gymnasium
Hjälpmedel: Penna, linjal

Till varje uppgift räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, förklarar dina tankegångar och ritar figurer vid behov. Kvaliteten på dina redovisningar kommer att bedömas. Enbart svar utan någon motivering ger noll poäng. En påbörjad lösning kan ge poäng.

---

1 De positiva heltalen skrivs efter varandra i en följd

12345678910111213141516171819202122232 4 …

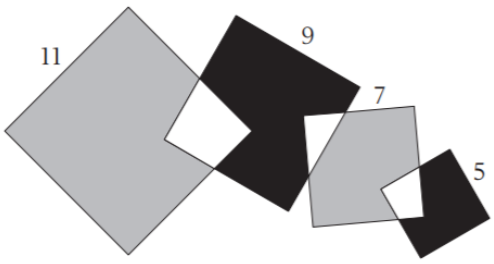
Vilken siffra står på den 40009:e platsen i följden?

2 För hur många positiva heltal n gäller följande?

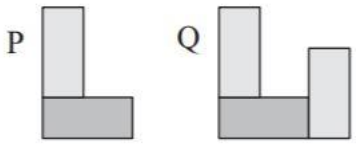
$$\frac{3}{68} < \frac{1}{n} < \frac{4}{33}$$

3 Avståndet mellan Washington och Richmond är 175 kilometer. Bertram reser från Washington kl. 10:00 på onsdag mot Richmond. Helena reser från Richmond kl. 13:00 samma dag mot Washington. De reser längs samma väg och följaktligen möts de någonstans längs vägen. Ända fram till den tidpunkt då de möts är Bertrams medelhastighet 25 kilometer per timme och Helenas medelhastighet 35 kilometer per timme. Hur mycket var klockan då Bertram och Helena möttes?

4 Bilden visar fyra delvis överlappande kvadrater med sidlängderna 11, 9, 7 och 5 cm. Hur mycket större är summan av de båda grå areorna än summan av de båda svarta areorna?



5 Vi har fem identiska rektanglar. Den ”L-formade” brickan P är formad av två av dessa rektanglar och brickan Q är formad av tre av dessa rektanglar, enligt figuren nedan. Brickan P har omkrets 58 cm och brickan Q har omkrets 85 cm. Bestäm omkretsen för en av rektanglarna.



DANDERYDS GYMNASIUM

Spetsutbildning Matematik

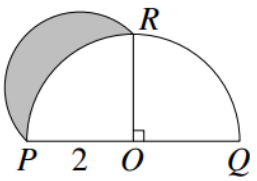
Antagningsprov 2022
Del 2: Problemlösningstest

Danderyds Gymnasium
Hjälpmedel: Penna, linjal

Till varje uppgift räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, förklarar dina tankegångar och ritar figurer vid behov. Kvaliteten på dina redovisningar kommer att bedömas. Enbart svar utan någon motivering ger noll poäng. En påbörjad lösning kan ge poäng.

---

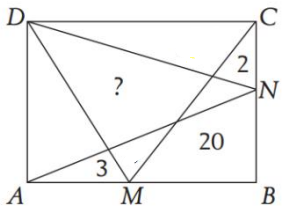
1 Figuren visar dels en halvcirkel med centrum i O och radie 2 cm och dels en halvcirkelbåge med diameter PR. Vinkeln ROP är 90 grader. Bestäm arean av det skuggade området.



2 Hur många positiva heltal finns det som är mindre än 10 000 och som består av högst två olika siffror? (T.ex. är 555 och 9229 sådana tal, men inte 731 och 8860.)

3 Bernardo har i tur och ordning valt tre olika tal så att följande är uppfyllt:
Om det första talet adderas till medelvärdet av de två resterande valda talen, så erhålls 65.
Om det andra talet adderas till medelvärdet av de två resterande valda talen, så erhålls 69.
Om det tredje talet adderas till medelvärdet av de två resterande valda talen, så erhålls 76.
Bestäm medelvärdet av de tre tal som Bernardo har valt.

4 På rektangeln ABCD har två punkter M och N markerats på sidorna AB respektive BC. Sedan har rektangeln delats in i ett antal områden som figuren visar. Arean för tre av områdena har skrivits ut. Bestäm arean för fyrhörningen med frågetecknet.



5 Om a och b är två tal, så definierar vi talet $a \lozenge b$ genom

$$a \lozenge b = a^2b - a + 2b - 3$$

Bestäm talet $1 \lozenge (2 \lozenge 3)$ och bestäm också talet x så att $2 \lozenge (x + 1) = (-1) \lozenge (3 - x)$.

DANDERYDS GYMNASIUM

Spetsutbildning Matematik

Antagningsprov 2023
Del 2: Problemlösningstest

Danderyds Gymnasium
Hjälpmedel: Penna, linjal

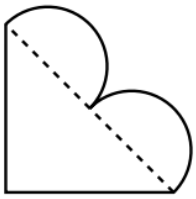
Till varje uppgift räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, förklarar dina tankegångar och ritar figurer vid behov. Kvaliteten på dina redovisningar kommer att bedömas. Enbart svar utan någon motivering ger noll poäng. En påbörjad lösning kan ge poäng.

---

1 Viola har en kortlek bestående av 1000 speciella kort. Korten är numrerade från 1 till 1000. Varje kort har samma tal skrivet på båda sidor. En sida på varje kort är gul och den andra sidan är grön. Viola lägger ut de tusen korten på ett bord, alla med den gula sidan uppåt. Sedan vänder hon på alla kort som har ett tal som är delbart med 2. Hon betraktar därefter samtliga tusen kort på bordet efter den första vändningen, oavsett vilken färg som är uppåt, och vänder nu på alla kort som har ett tal som är delbart med 3. Hon betraktar slutligen samtliga tusen kort på bordet efter den andra vändningen, oavsett vilken färg som är uppåt, och vänder på alla kort som har ett tal som är delbart med 100.

Hur många av de tusen korten har den gula sidan uppåt när Viola har vänt klart?

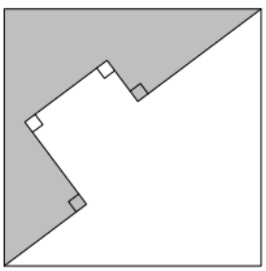
2 Ett hjärtformat område med arean 1 cm^2 begränsas av en rätvinklig likbent triangel och två lika stora halvcirklar enligt figuren. Bestäm radien för de två halvcirklarna. Svara exakt.



3 I en klass skrev 36 elever ett prov och när provet rättades fick varje elev en viss poäng beroende på hur eleven hade presterat. Några elever blev godkända och några elever blev inte godkända på provet. Medelpoängen för de elever som blev godkända var 60p och medelpoängen för de elever som inte blev godkända var 42p. Vidare var medelpoängen för samtliga elever som skrev provet 53p. Hur många elever blev inte godkända på provet?

4 Sebastian har tretton kort som är numrerade från 1 till 13. På hur många olika sätt kan han välja tre olika kort (utan hänsyn till ordningen) från de tretton korten så att summan av talen på de tre valda korten är delbar med 3?

5 I en kvadrat sammanbinds det nedre vänstra hörnet med det övre högra hörnet genom fem linjesegment som bildar räta vinklar enligt figuren. De fem linjesegmenten har, från det nedre vänstra hörnet till det övre högra hörnet, längd 2, 2, 2, 1 och 3. Bestäm arean av det skuggade området.



DANDERYDS GYMNASIUM

Spetsutbildning Matematik

Antagningsprov 2024
Del 2: Problemlösningstest

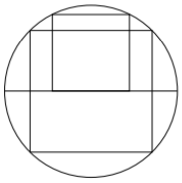
Danderyds Gymnasium
Hjälpmedel: Penna, linjal

Till varje uppgift räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, förklarar dina tankegångar och ritar figurer vid behov. Kvaliteten på dina redovisningar kommer att bedömas. Enbart svar utan någon motivering ger noll poäng. En påbörjad lösning kan ge poäng.

---

1 Antonius, Kleopatra och Octavius ska dela på 84 420 identiska mynt som ligger i en låda. Antonius får först ett antal mynt från lådan. Kleopatra får sedan nio gånger så många mynt från lådan som Antonius fick och därefter får hon ytterligare tolv mynt från lådan. Octavius får sedan resterande mynt från lådan och det visar sig att Octavius då fick nio gånger så många mynt som Antonius och Kleopatra fick tillsammans. Bestäm hur många mynt Kleopatra fick genom att ställa upp en ekvation och lösa den.

2 Betrakta en cirkel med radie 2 cm samt två kvadrater inuti cirkeln. (Se figuren.) Låt A vara arean av den mindre kvadraten som är inskriven i den övre halvcirkeln och låt B vara arean av den större kvadraten som är inskriven i hela cirkeln. Vidare låt C vara arean av det som ligger inuti cirkeln men utanför *båda* kvadraterna. Bestäm förhållandet mellan A och B och bestäm dessutom C. Svara exakt.

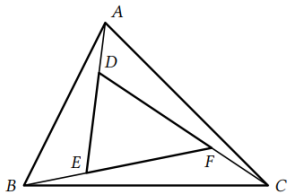


3 De udda positiva heltalen skrivs ner enligt mönstret i figuren nedan och antag att mönstret fortsätter på detta sätt. (T.ex. står talet 17 i rad 4 och kolumn 3). I vilken rad och kolumn står talet 2025?

1			
3	5		
7	9	11	
13	15	17	19
21		...	

4 Hur många femsiffriga heltal har egenskapen att om vi multiplicerar ihop talets samtliga fem siffror, så får vi en produkt som är större än 59 och mindre än 65?

5 Triangeln DEF, som ligger inuti triangeln ABC enligt figuren, har egenskapen att punkterna A, D och E ligger på en rät linje och sträckan DE är dubbelt så lång som sträckan AD. Vidare ligger punkterna B, E och F också på en rät linje och sträckan EF är dubbelt så lång som sträckan BE. På samma sätt ligger punkterna C, F och D också på en rät linje och sträckan FD är dubbelt så lång som sträckan CF. Triangeln ABC har arean 702 cm^2. Bestäm arean av triangeln DEF.



DANDERYDS GYMNASIUM

Spetsutbildning Matematik

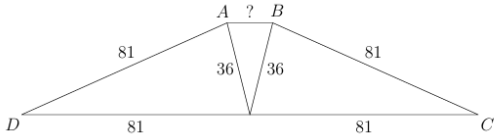
Antagningsprov 2025
Del 2: Problemlösningstest

Danderyds Gymnasium
Hjälpmedel: Penna, linjal

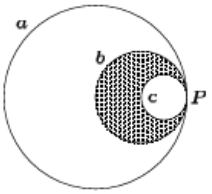
Till varje uppgift räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, förklarar dina tankegångar och ritar figurer vid behov. Kvaliteten på dina redovisningar kommer att bedömas. Enbart svar utan någon motivering ger noll poäng. En påbörjad lösning kan ge poäng.

---

1 Figuren visar en fyrhörning ABCD och längden av vissa sträckor är markerade. Bestäm längden av sträckan AB.



2 Tre cirklar, som betecknas *a*, *b* och *c*, tangerar varandra i en gemensam punkt P enligt figuren. Centrum för cirkeln *b* ligger på cirkeln *c* och centrum för cirkeln *a* ligger på cirkeln *b*. Den totala arean av de två vita områdena inuti den största cirkeln *a* är 100 cm². Bestäm radien för cirkeln *b*. Svara exakt.



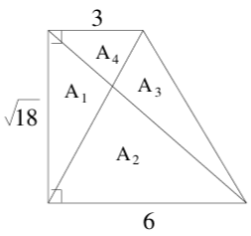
3 Vi skriver ner siffror efter varandra i en följd

122333444455555666666777777788888888999999999101010101010101010 …

så att varje positivt heltal *n* upprepas *n* gånger, i växande ordning enligt mönstret ovan. Bestäm summan av de fyra siffrorna som finns på platserna 500 000, 500 001, 500 002 och 500 003 i denna följd.

4 Jessica ska bilda ett lösenord som ska bestå av exakt sju symboler. Som symboler får hon endast välja bland de två versalerna A och B, de två gemenerna a och b samt de två siffrorna 1 och 2. Ett krav är att lösenordet måste bestå av minst två versaler, minst två gemener och minst en siffra. Hur många olika lösenord finns det som uppfyller detta krav? (Till exempel är BaBB12b och b2bAbbB tillåtna lösenord.)

5 Figuren nedan är en trapets som är indelad i fyra trianglar med area A_1, A_2, A_3 respektive A_4. Två räta vinklar samt längden av tre sträckor är markerade i figuren. Bestäm produkten $A_1A_2A_3A_4$.



DANDERYDS GYMNASIUM

Spetsutbildning Matematik

Antagningsprov 2026
Del 2: Problemlösningstest

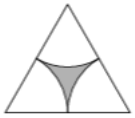
Danderyds Gymnasium
Hjälpmedel: Penna, linjal

Till varje uppgift räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, förklarar dina tankegångar och ritar figurer vid behov. Kvaliteten på dina redovisningar kommer att bedömas. Enbart svar utan någon motivering ger noll poäng. En påbörjad lösning kan ge poäng.

---

1 Rosalind skriver heltalen 1, 4, 7, 10, 13, … , 3007, 3010, 3013, 3016, 3019 på ett papper. Hon suddar sedan ut alla tal av dessa som är delbara med 5. Bland de kvarvarande nedskrivna heltalen på papperet suddar hon därefter ut alla jämna tal. Hur många heltal finns nu kvar på papperet?

2 Från en liksidig triangel med sidlängd $2x$ cm avlägsnas tre vita cirkelsektorer med radie x cm. Bestäm talet x så att arean av det skuggade området i mitten är 2 cm². Svara exakt.

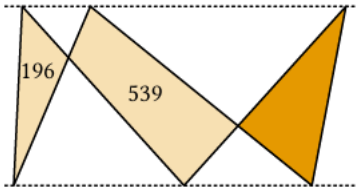


3 Edmund har ett helt antal kronor och Regan har också ett helt antal kronor.

Edmund säger till Regan: ”Om du ger mig tre kronor, så kommer jag att ha n gånger så mycket som du.”
Regan säger till Edmund: ”Om du ger mig n kronor, så kommer jag att ha tre gånger så mycket som du.”

Bestäm samtliga möjliga värden på n förutsatt att båda påståendena är sanna och n är ett positivt heltal.

4 I figuren nedan är de två streckade linjerna parallella. Den gula triangeln till vänster har area 196 cm² och den gula fyrhörningen i mitten har area 539 cm². Till höger finns en orange triangel. Bestäm dess area.



5 I figuren är PQRS, JQK och LRK räta linjer och fem vinklar anges. Bestäm vinkeln ∠ JKL.

